AULA

32

Espelho, espelho meu...

No meio do trânsito ouve-se a sirene da ambulância. Ernesto vira-se e pergunta ao pai:

– Por que as letras escritas no capô da ambulância estão todas invertidas?

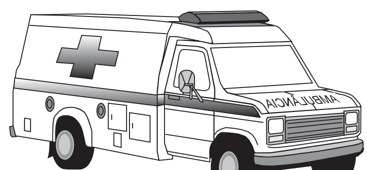


Figura 1

– É para que a gente possa saber, precisamente, que atrás de nós vem vindo uma ambulância. Se olharmos pelo espelho retrovisor, as letras invertidas aparecem na posição correta (Figura 2).

Ponha um jornal ou uma revista na frente de um espelho. Você vai ver que as letras aparecem invertidas. No caso da ambulância, como as letras estão invertidas, o espelho as 'desinverte' e a palavra aparece em formato normal.

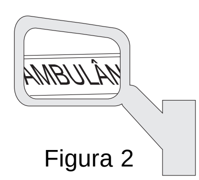


Figura 2

Nesta parte do curso estudaremos como as imagens dos objetos aparecem em certos espelhos e qual o tamanho dessas imagens. Vamos começar pelo espelho mais simples, o espelho plano.

O espelho plano

Pai e filho chegam em casa. Ernesto pergunta:

– Mas como eu vejo as coisas lá dentro de um espelho?

– Não são coisas! São imagens. Veja bem – diz Roberto, ironizando, enquanto desenha a Figura 3.

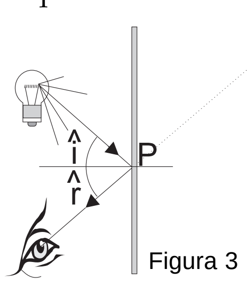


Figura 3

– Aqui temos um espelho plano e uma lâmpada. Para achar onde está a imagem da lâmpada, precisamos saber como são refletidos os raios luminosos no espelho. Eu desenhei um raio luminoso que sai de um ponto do filamento da lâmpada. Esse raio bate no espelho formando um ângulo $\hat{i}$ com a normal, e é refletido com um ângulo $\hat{r}$. Esses dois ângulos são iguais.

Assim eu posso saber a direção de onde vem a luz do espelho e que está chegando ao olho. Mas eu ainda não sei, exatamente, onde está a imagem daquele ponto do filamento. Para que eu saiba onde está essa imagem, eu preciso de mais um raio luminoso que saia daquele ponto. É o que está nesta outra figura.

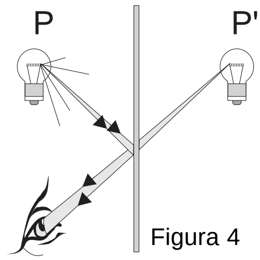


Figura 4

Agora, com dois raios luminosos, a imagem do ponto do filamento fica determinada. O conjunto de todas as imagens, de todos os pontos da lâmpada, é a 'coisa' que você vê dentro do espelho. Mas, como eu disse, não é 'coisa': é a imagem da lâmpada formada pelo espelho.

Leia o texto abaixo para entender um pouco mais sobre objetos e imagens.

Quando os raios estão saindo do espelho de maneira divergente (abrindo), como é nosso caso, o ponto por eles definido vai ser chamado de **ponto imagem virtual**.

Vamos supor que tenhamos raios luminosos que partem de um ponto P e atingem um espelho ou outro sistema ótico − uma lente, por exemplo. Ese ponto P é chamado **ponto objeto** com relação ao espelho ou à lente. Se os raios luminosos estão saindo do espelho, o ponto onde esses raios se cruzam é denominado **ponto imagem**.

Se os raios luminosos estão entrando de maneira divergente, como é o caso da Figura 4, o ponto objeto será chamado de **ponto objeto real**.

Quando os raios estão saindo do espelho de maneira divergente, como é nosso caso, o ponto por eles definido vai ser chamado de **ponto imagem virtual**.

Relações entre objeto e imagem no espelho plano

Na Figura 5a temos um ponto luminoso P que envia raios em todas direções, alguns dos quais atingem o espelho E.

Observe que o espelho plano foi representado por um traço (vertical), tendo, ao lado, uma série de tracinhos inclinados. Essa é a maneira usual de apresentar, esquematicamente, um espelho plano.

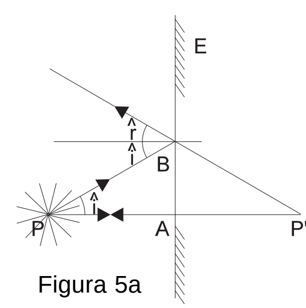


Figura 5a

Se tomarmos o raio luminoso que passa por PA, direção perpendicular ao espelho, esse raio será refletido sobre si mesmo (os ângulos de incidência e reflexão são iguais a zero). O raio que passa na direção PB sairá formando um ângulo igual ao de incidência $\hat{i} = \hat{r}$. Os triângulos ABP e ABP' são iguais, pois têm um lado comum, AB, e dois ângulos iguais (o ângulo $\hat{i}$, e um ângulo reto). Dessa maneira, a distância do objeto ao espelho (AP) é igual à da imagem ao espelho (AP').

Mais ainda: se tivéssemos usado uma direção diferente de PB para obter o ponto imagem, por exemplo a direção PC, como mostra a Figura 6, o ponto P' apareceria sempre na mesma posição. Isto é, a posição de P' não depende do ângulo de incidência. Esse ponto P vai produzir sempre um ponto imagem P' na mesma posição.

Isso nem sempre acontece com outros sistemas óticos. Quando, num dado sistema, a imagem de um ponto é exatamente um ponto, dizemos que esse sistema é **estigmático**. O espelho plano é estigmático.

Analise agora a Figura 5b. Temos um triângulo ABC diante de um espelho E. A imagem de ABC é A′B′C′. Como as distâncias entre A e A′ , B e B′ e C e C′ em relação ao espelho são iguais, os dois triângulos são iguais. Assim, o tamanho da imagem de um objeto fornecida por um espelho plano tem o mesmo tamanho desse objeto.

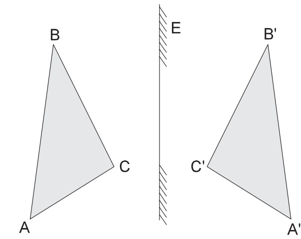


Figura 5b

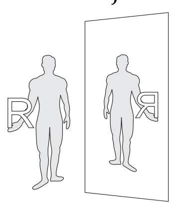


Figura 5c

A Figura 5c mostra uma pessoa diante de um espelho plano. Ela segura uma letra R na mão direita. Na imagem da pessoa no espelho, a letra R aparentemente vai estar na sua mão esquerda, e o R estará invertido.

– Ah! Por isso as letras estavam invertidas e a ambulância parecia estar dentro do espelho!, exclamou Ernesto.

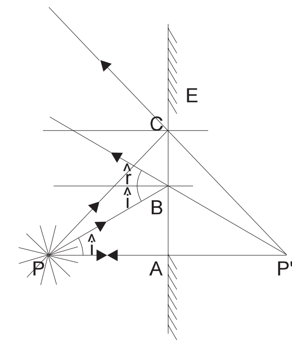


Figura 6

Resumindo:

- **a distância de um ponto objeto a um espelho plano é igual à distância da imagem ao mesmo espelho;**
- **o espelho plano é estigmático;**
- **o espelho plano inverte as posições esquerda e direita.**

Passo a passo

Existem alguns problemas clássicos sobre espelhos planos. Por exemplo:

1. Um objeto está diante de um espelho. Se deslocarmos o espelho de uma distância d, a imagem dada pelo espelho vai se deslocar 2d.

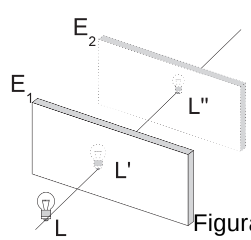


Figura 7a

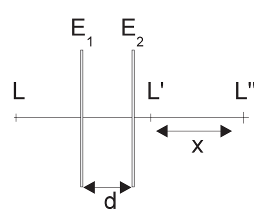


Figura 7b

Observe as Figuras 7(a) e 7(b). Nelas temos uma lâmpada L diante de um espelho plano que está na posição E_1. Nessa situação, a imagem da lâmpada é L′. Vamos deslocar o espelho paralelamente. A imagem da lâmpada vai passar para a posição L″. Vamos mostrar que, se o deslocamento do espelho foi d, a imagem desloca-se de uma distância 2d

$LE_1 = L'E_1$ (a distância do objeto é igual à da imagem)
$LE_2 = L''E_2$ (a distância do objeto é igual à da imagem)
$LE_2 = LE_1 + d$ (foi esse o afastamento do espelho)

Temos também: $L''L = x + L'E_1 + E_1L$
como $L'E_1 = E_1L'$, $L''L = L''E_2 + E_2L$ e $L''E_2 = E_2L$,

$2LE_2 = x + 2LE_1$
$2(LE_1 + d) = x + 2LE_1$
$2LE_1 + 2d = x + 2LE_1$
Então, $x = 2d$

2. Quando giramos um espelho plano de um ângulo α, um raio refletido nesse espelho gira 2α .

Observe a Figura 8. Inicialmente temos um espelho plano na posição E_1 e um raio luminoso incidindo no ponto A. Em seguida o espelho é girado de um ângulo α para a posição E_2, e o raio luminoso passa a incidir no ponto B. O raio luminoso passa a sair numa nova direção, que forma com a anterior um ângulo β.

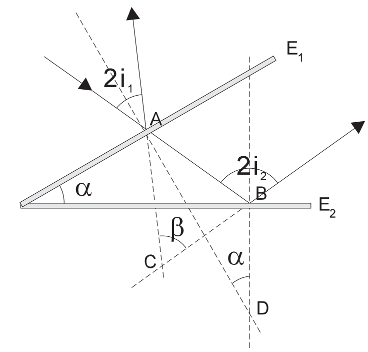


Figura 8

O que queremos mostrar é que:

$$\beta = 2\alpha$$

No triângulo ABC, o ângulo $2i_2$ é externo. Então ele é a soma dos internos não-adjacentes. Ou seja:

$$2i_2 = \beta + 2i_1$$

No triângulo ABD, o ângulo i_2 é externo. Então, é também a soma dos internos não-adjacentes. Por isso,

$$i_2 = \alpha + i_1$$
$$2(\alpha + i_1) = \beta + 2i_1$$
$$2\alpha = \beta$$

3. Que altura deve ter um espelho plano, colocado verticalmente, para que uma pessoa consiga se ver por inteiro quando olha nesse espelho?

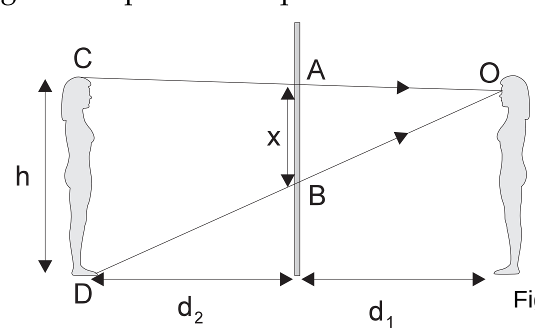


Figura 9

Observe a Figura 9. Nela temos uma pessoa observando sua imagem num espelho plano. Observe que a distância entre a pessoa e o espelho é igual à distância da imagem ao espelho. $d_1 = d_2$. Os triângulos OAB e OCD são semelhantes. Então, seus lados são proporcionais às suas alturas:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{d_1 \text{ (altura de OAB)}}{d_1 + d_2 \text{ (altura de OCD)}}$$

$$\frac{x}{h} = \frac{d_1}{2d_1}$$

$$x = \frac{h}{2}$$

Então, para que a pessoa consiga se ver por inteiro, basta que o espelho tenha metade de sua altura. Note que a altura da imagem é igual à altura da pessoa.

Espelhos esféricos

Um espelho esférico é uma calota esférica retirada de uma superfície esférica. A calota (e, portanto, o espelho) pode ter forma côncava ou convexa. O espelho esférico pode ser representado por um arco de círculo com uma série de pequenos traços para indicar se o espelho é côncavo ou convexo. Ver Figura 10 a.

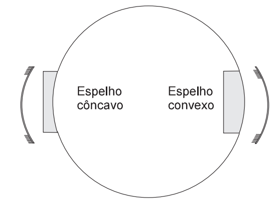


Figura 10a

– Eu nunca consigo distinguir o que é côncavo e o que é convexo — disse Ernesto.

– É fácil! disse Roberto. – Espere um pouco.

Depois de certo tempo, Roberto volta com uma bola de Natal (Figura 10 b).

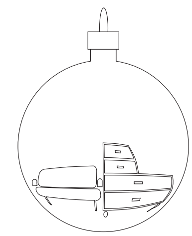


Figura 10b

– Veja, aqui temos um exemplo de espelho esférico. Visto dessa maneira, por fora, o espelho é convexo. A parte de dentro da bola é um espelho côncavo.

– E esses reflexos dentro da bola?

– Esses reflexos são as imagens. São as imagens dos objetos que estão na sala. São imagens virtuais. Veja, as imagens são um pouco deformadas. A bola não é um sistema estigmático. A imagem vai depender de como olhamos. Esses sistemas são chamados astigmáticos.

O centro da calota, V, é chamado de **vértice do espelho**. O centro C, da superfície esférica, é denominado **centro do espelho**. A reta que passa pelo vértice e pelo centro é chamada de **eixo principal do espelho**. Qualquer outra reta que passe pelo centro do espelho é denominada **eixo secundário do espelho**. Um fato importante que acontece nos espelhos esféricos é que, para obter a normal num ponto de incidência, bastará unirmos esse ponto ao centro do espelho. Assim, todos os eixos secundários são normais. Ver Figura 11.

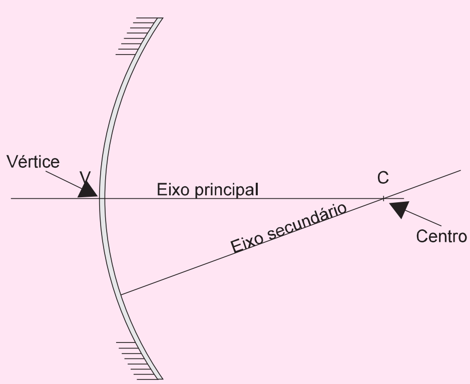


Figura 11

– Outra coisa que não estou entendendo. Se a distância do objeto no espelho é igual à da imagem, como é que pode acontecer isso dentro da bola? Se eu colocar a bola perto do meu rosto, eu vou me ver dentro da bola. Mas a distância entre meu rosto e a bola não pode ser igual à distância da imagem do rosto à bola!

– Não pode e não é! Isso acontece no espelho plano. Para os espelhos esféricos, côncavos ou convexos, existe uma fórmula que serve para calcular a distância da imagem ao espelho quando sabemos a distância do objeto ao espelho. E mais: nesse espelho, o tamanho da imagem quase nunca é igual ao tamanho do objeto.

Obtendo a posição da imagem de um ponto no espelho esférico Equação de conjugação

Consideremos um ponto objeto P que envia raios luminosos sobre um espelho esférico côncavo, como está representado na Figura 12.

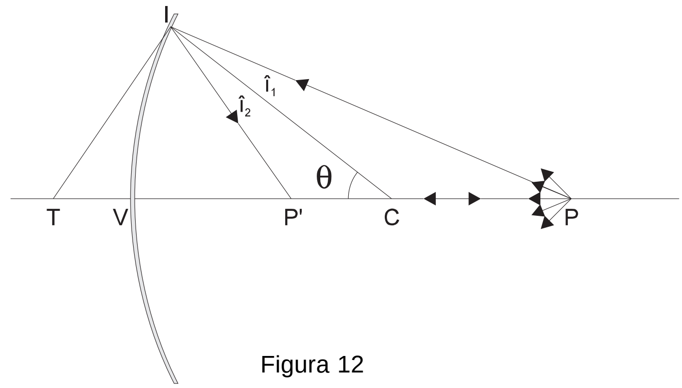


Figura 12

Um desses raios luminosos atinge o espelho no ponto I e é refletido. Teremos: $\hat{i}_1 = \hat{i}_2$. Um outro raio luminoso parte de P e vai na direção do eixo principal. Esse raio luminoso coincide com uma normal. Então ele vai ser refletido sobre ele mesmo. Os dois raios refletidos encontram-se no ponto P'. Como P' é encontro de raios que estão saindo do sistema, P' é um ponto imagem (real).

Vamos obter a relação que existe entre a posição do objeto e a posição da imagem.

IC é bissetriz do ângulo PÎP'. Então ela divide o lado oposto em dois segmentos proporcionais aos lados do triângulo.

$$\frac{IP}{IP'} = \frac{PC}{P'C}$$

para a bissetriz IT vale uma relação análoga

$$\frac{IP}{IP'} = \frac{TP}{TP'}$$

$$\frac{TP}{TP'} = \frac{PC}{P'C}$$

$$\frac{TC + PC}{TC - P'C} = \frac{PC}{P'C}$$

mas o triângulo ITC é retângulo, então:

$$TC = \frac{IC}{\cos\theta} = \frac{R}{\cos\theta} \text{ onde R é o raio do espelho}$$

$$\frac{\dfrac{R}{\cos\theta} + PC}{\dfrac{R}{\cos\theta} - P'C} = \frac{PC}{P'C}$$

Já temos uma relação entre a posição do objeto e a posição da imagem, pois PC é a distância do objeto ao centro e P’C é a distância da imagem ao centro. Uma coisa que podemos notar é que, para uma dada posição PC, do objeto, vão existir inúmeros valores da posição da imagem P’C, um para cada valor de θ. Então **o sistema é astigmático**. Um objeto fornece mais de uma imagem. Porém, se utilizarmos raios luminosos pouco inclinados com relação ao eixo principal, podemos dizer que cos θ é **próximo** de 1 e ficar com:

$$\frac{R + PC}{R - P'C} = \frac{PC}{P'C}$$

Temos, agora, uma relação melhor. Porém, as distâncias do objeto e da imagem são medidas com relação ao centro do espelho. Vamos mudar um pouco isso. Vamos medir tudo em relação ao vértice.

PC = PV – VC
P'C = VC – VP'
fazendo-se VP = p e VP' = p'
e como VC é igual ao raio, ficaremos com:
PC = p – R
P'C = R – p'

Substituindo esses valores na relação anterior, ficaremos com:

$$\frac{R + p - R}{R - R + p'} = \frac{p - R}{R - p'}$$

$$\frac{p}{p'} = \frac{p - R}{R - p'}$$

p'R + pR = 2pp' dividindo-se tudo por pp'R, teremos:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} \quad (1)$$

que é a equação de conjugação para um espelho esférico.

Análise da equação de conjugação

Suponhamos que o objeto esteja a uma distância muito grande do espelho, ou seja, que p tenda a infinito. Nessas condições, quando o objeto está no infinito, a imagem forma-se num ponto F, chamado **foco imagem** do espelho. Esse ponto F está a uma distância f_i do espelho, que é chamada de **distância focal do espelho**. Se utilizarmos a relação (1), teremos:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f_i} = \frac{2}{R} \qquad \text{então,}$$

$$f_i = \frac{R}{2}$$

Da mesma maneira, se a imagem se formar a uma distância infinita do espelho, o objeto estará num ponto que é chamado **foco objeto** do espelho. Por um raciocínio análogo, teremos:

$$f_0 = \frac{R}{2}$$

Então, tanto o foco objeto como o foco imagem estão no mesmo ponto. Eles se situam exatamente no ponto médio entre o centro de curvatura e o vértice do espelho. Chamando de f tanto a distância focal objeto como a distância focal imagem, poderemos então então escrever a relação (1) sob sua forma mais conhecida:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

Um ponto luminoso situado no foco objeto de um espelho conjuga (forma) uma imagem no infinito. Assim, se colocarmos uma lâmpada no foco objeto de um espelho côncavo, os raios que formam a imagem "vão se cruzar no infinito" – isto é, eles saem paralelos ao eixo principal do espelho. Tal propriedade é utilizada em lanternas e também nos faróis de automóveis. As lanternas têm uma lâmpada que está próxima do foco de um espelho côncavo; os raios saem da mesma aproximadamente paralelos. (ver Figura 12a)

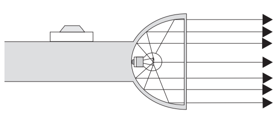


Figura 12a

Obtendo graficamente a imagem de um ponto

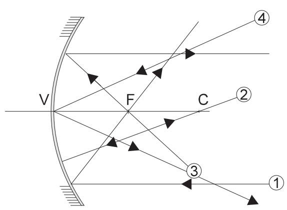


Figura 12b

Observe a Figura 12b. Vamos supor que um raio luminoso incida **paralelamente** ao eixo principal de um espelho esférico (raio 1). Isso equivaleria a termos um objeto no infinito. Esse raio, após ser refletido, passa então pelo **foco**.

Se o raio luminoso passar pelo **centro de curvatura** (raio 2), ele vai atingir o espelho perpendicularmente e **volta sobre si mesmo**.

Um raio que passe pelo **foco** (raio 3) sai **paralelamente** ao eixo principal.

Finalmente, um raio que atinja o **vértice** do espelho formando certo ângulo com o eixo principal sai formando um **ângulo igual**, pois o eixo principal é uma normal (raio 4).

Podemos escolher duas dessas construções para obter a imagem de um ponto e, em seguida, a imagem de um objeto.

Construindo geometricamente a imagem de objetos

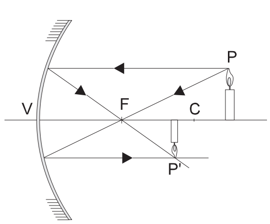


Figura 13

Observe a vela na Figura 13. A chama da vela é um ponto objeto real P com relação ao espelho côncavo. Construímos então um raio luminoso que incida paralelamente ao eixo do espelho. Esse raio luminoso vai passar pelo foco.

Note que o foco se situa entre o vértice e o centro de curvatura do espelho. Por outro lado, um raio que passe pelo foco sairá paralelo ao eixo. Esses dois raios encontram-se no ponto P', imagem de P. Esse ponto imagem é real, pois os raios, depois de sair do espelho, convergem para P'. Para construir a imagem inteira da vela, não precisamos construir as imagens de todos pontos da mesma. Como a base da vela está apoiada sobre o eixo principal, o mesmo acontecerá com a imagem dessa base.

Mais ainda: como a vela é perpendicular ao eixo, sua imagem também o é. Então podemos obter a imagem da vela como um todo. Essa imagem, além de real, é invertida, como mostra a figura.

Veja a vela da Figura 14. Temos agora um espelho convexo e a mesma vela. Mais uma vez o ponto P é um ponto objeto real. Observe que tanto o centro de curvatura quanto o foco estão na região interna do espelho. Um raio luminoso que entre na direção do foco será refletido paralelamente ao eixo do espelho. Um que entre paralelo ao eixo será refletido numa direção que passa pelo foco. Obtemos, assim, o ponto P' que é a imagem de P. Nesse caso, P' é um ponto imagem virtual, pois os raios que partem de P' saem do espelho de maneira divergente.

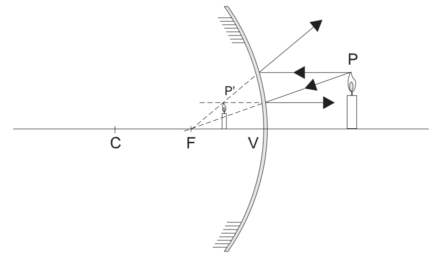


Figura 14

Calculando a altura das imagens - Equação dos aumentos

Na Figura 14a conservamos o objeto e a imagem obtidos anteriomente e colocamos o raio luminoso que incide no vértice (Figura 14b). Observe que ele sai da extremidade da chama da vela e, após ser refletido, passa pela imagem dessa chama, como era esperado. Na figura, temos dois triângulos semelhantes: ABV e A'B'V. Se chamarmos de y a altura do objeto e de y' a altura da imagem, teremos:

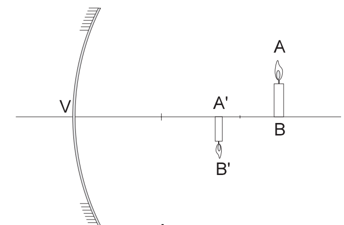


Figura 14a

$$\frac{p}{p'} = -\frac{y}{y'} \quad (2)$$

O sinal de menos na relação (2) indica apenas que o objeto e a imagem estão em sentidos opostos.

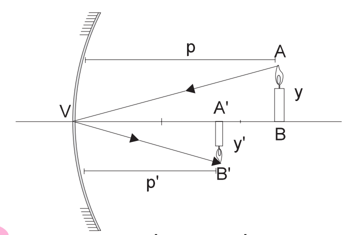


Figura 14b

Passo a passo

1. Um espelho côncavo tem raio de curvatura 80 cm. Um objeto de 10 cm de altura é colocado a uma distância de 60 cm do vértice desse espelho. Construa graficamente a imagem desse objeto e dê, em seguida, todas características da imagem, ou seja: sua distância do espelho, seu tamanho e sua natureza (real ou virtual). Temos:

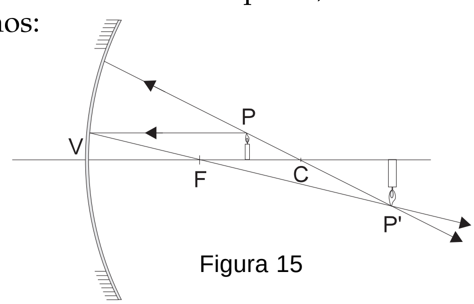


Figura 15

Solução

Desenhamos inicialmente um espelho, marcando nele vértice, centro e foco (Figura 15). Como a distância do objeto é 60 cm, o objeto está exatamente entre o centro e o foco. Desenhamos uma vela para representar o objeto. Pelo ponto P, parte superior da vela, construímos um raio incidente paralelo ao eixo e outro que passe na direção do centro de curvatura, O primeiro vai ser refletido paralelamente e o segundo volta sobre si mesmo. Obtemos assim P', imagem de P. Como os raios que saem do espelho convergem para P', temos uma imagem real. Note que **depois** de passarem por P' os raios divergem. Outra característica da imagem é que ela é invertida. Vamos agora obter, numericamente, o tamanho e a posição da imagem. O valor da posição do objeto, p, é 60 cm. A distância focal vale 40 cm, pois o raio vale 80 cm.

Então teremos:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{40} - \frac{1}{60} \quad \text{então,}$$

p' = 120cm

Usando a equação dos aumentos, podemos calcular a altura da imagem. Teremos:

$$\frac{p}{p'} = -\frac{y}{y'}$$

$$\frac{60}{120} = -\frac{10}{y'} \quad \text{então,}$$

y' = – 20cm

Então, a imagem está localizada a 120 cm do vértice e tem altura de 20 cm. O sinal negativo indica, como já vimos, que ela é invertida.

2. Um objeto de 10 cm de altura está a 20 cm de um espelho esférico convexo cuja distância focal é 16 cm (Figura 16). Determine graficamente a imagem desse objeto. Calcule em que posição vai se formar a imagem, qual sua altura e qual sua natureza (real ou virtual).

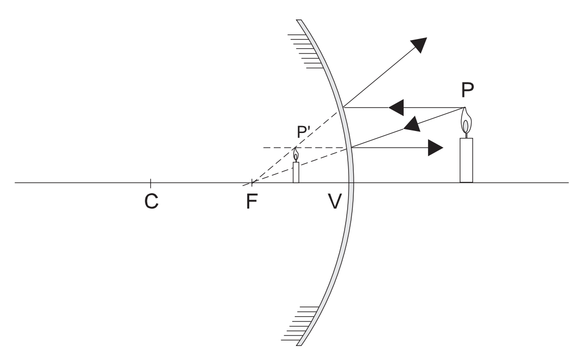


Figura 16

Solução

Utilizando dois raios luminosos que partem de um ponto P do objeto (um que entra paralelamente ao eixo principal e é refletido passando pelo foco, e outro que entra passando pela direção do foco e sai paralelamente ao eixo), obtemos P', a imagem do ponto P. O ponto P é um ponto objeto real, pois dele partem raios divergentes que incidem no sistema. P' é um ponto imagem virtual, pois os raios que definem P' estão saindo do sistema de maneira divergente. Podemos calcular agora a posição da imagem e sua altura:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{16}$$

A distância focal é negativa, pois o espelho é convexo:

$$\frac{1}{p'} = \frac{-5-4}{80} = \frac{-9}{80}$$

$$p' = -\frac{80}{9} \cong -8,9 \text{ cm}$$

Para determinar a altura da imagem utilizamos:

$$\frac{y}{y'} = -\frac{p}{p'}$$

$$\frac{10}{y'} = \frac{-20}{-\frac{80}{9}}$$

$$20\ y' = \frac{800}{9}$$

$$y' = \frac{800}{180} \cong 4,4 \text{ cm}$$

Então, a imagem terá altura de 4,4 cm e estará a uma distância de – 8,9 cm do espelho. O sinal negativo indica que a imagem é virtual.

3. Uma vela de 12 cm de altura está colocada a 120 cm de um espelho côncavo E_1, cuja distância focal é 40 cm. No foco desse espelho existe um outro espelho E_2, plano. Observe a figura ao lado. Onde vai ser formada a imagem final da vela, depois que a luz incidir nos dois espelhos?

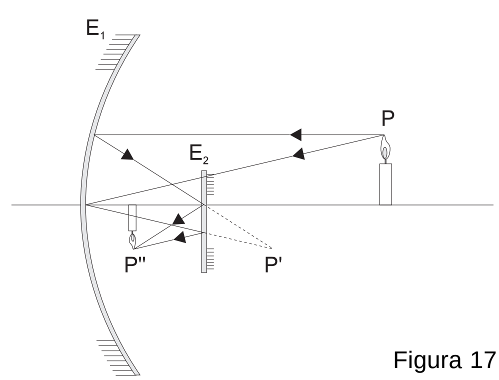


Figura 17

Solução

Precisamos, de início, determinar onde está a imagem da chama da vela, P’, formada pelo espelho côncavo. Essa imagem atuará como objeto para o espelho plano, que, por sua vez, formará a imagem final P”.

A chama da vela está a uma distância de 120 cm de um espelho com 40 cm de distância focal. Então, podemos saber a posição da imagem usando a equação de conjugação.

Teremos:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{120}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{40}$$

$$\frac{1}{p'}=\frac{1}{40}-\frac{1}{120}=\frac{3-1}{120}=\frac{2}{120}$$

Então $p' = 60$ cm.

Podemos também calcular o tamanho da imagem. Para isso usamos a equação dos aumentos. Ficaremos com:

$$\frac{y}{y'}=-\frac{p}{p'}$$

$$\frac{12}{y'}=-\frac{120}{60}$$

Então $y' = -6$cm.

Esse sinal negativo indica que a imagem P′ está invertida com relação ao objeto P.

A imagem P′, formada pelo espelho côncavo, é que vai servir de objeto (virtual) para o espelho plano E_2. Como o espelho plano está no foco do espelho côncavo, P′, que é o objeto,estará a 20 cm do espelho. Logo, como no espelho plano objeto e imagem estão à mesma distância dos espelho, P″, que é a imagem de P′, vai se formar a 20 cm do espelho plano.

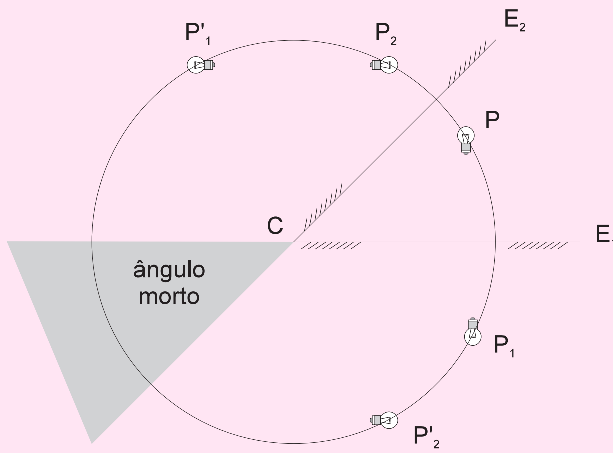
PARA TERMINAR

Nesta aula você aprendeu:

- como são formadas as imagens num espelho plano;
- as relações que existem entre a posição do objeto e a posição da imagem num espelho plano;
- como são formadas as imagens em espelhos côncavos e convexos, e como obtê-las geometricamente;
- como podemos determinar a posição e o tamanho das imagens num espelho esférico.

Exercício 1

Quando colocamos uma lâmpada no ponto P, diante de dois espelhos E_1 e E_2 que, no caso, formam um ângulo de 45^0, formam-se imagens múltiplas. P_1 é a imagem de P com relação a E_1, e P_2 é a imagem de P com relação a E_2. Além dessas, vão aparecer as imagens das imagens: P'_1, que é a imagem de P_1 com relação a E_2, P'_2, que é a imagem de P_2 com relação a E_1 etc. As novas imagens vão formando novas imagens até caírem na região formada pelo prolongamento dos espelhos. Essa região é chamada de ângulo morto. Obtenha todas imagens para o espelho em questão e verifique em seguida que, se colocarmos a ponta do compasso no ponto C e traçarmos uma circunferência de raio CP, essa circunferência passa por todas imagens.



Exercício 2

Obtenha geometricamente as imagens da vela colocada diante de um espelho esférico côncavo nas situações abaixo. Indique também a natureza dessas imagens.